Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2018/19

Dr. E. Luik
N. Hermann

Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 2

Aufgabe 5: (schriftlich)

Es seien $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{y} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie (sofern möglich) $3\vec{x} - 4\vec{y} + 2\vec{z}$, $< \vec{x}, \vec{y} >$, $\|\vec{v}\|$, $\|\vec{w}\|$, $< \vec{u}, \vec{v} > \vec{w}$, $3\vec{u} + 2\vec{v} - 6\vec{w}$.

b) Bestimmen Sie $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ so, dass $\alpha\vec{x} + \beta\vec{y} = \vec{z}$ gilt.

c) Bestimmen Sie alle Vektoren $\vec{a} \in \mathbb{R}^2$, welche orthogonal zu $\vec{y}$ sind und $\|\vec{a}\| = 1$ erfüllen.

Aufgabe 6: (schriftlich)

Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}^2$:

$$M_1 = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : u^2 + v^2 = 4 \land uv < 0\}$$
$$M_2 = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : \frac{(u+1)^2}{9} + \frac{(v-1)^2}{4} \leq 1\}$$
$$M_3 = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq \sqrt{(u-1)^2 + (v+1)^2} \leq 4\}$$
$$M_4 = A \cup B$$
$$M_5 = A \cap B$$

mit

$$A = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : v \leq 0 \land |u| + |v| \leq 1\}$$
$$B = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2 : v \geq 0 \land u^2 + v^2 \leq 1\}$$

Gehören die Punkte $P(0|1)$ bzw. $Q(-1|1)$ zu den obigen Mengen?

bitte wenden

Aufgabe 7: (mündlich)

Es seien $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

a) Sind die Vektoren $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ linear unabhängig (mit Begründung)?

b) Bestimmen Sie alle Vektoren $\vec{z} \in \mathbb{R}^4$ mit den Eigenschaften
(1) $\vec{z}$ steht senkrecht zu $\vec{u}, \vec{v}$ und $\vec{w}$
(2) $\|\vec{z}\| = \sqrt{37}$

Aufgabe 8: (mündlich)

a) Sind die folgenden Mengen Unterräume (mit Begründung)?

$$M_1 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \rangle = 4\}$$
$$M_2 = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_2 + 2x_3 = 0\}$$

b) Es seien $U, V \subset \mathbb{R}^n$ zwei Unterräume. Beantworten Sie folgende Fragen (mit Begründung).
(1) Ist dann $U \cap V$ ebenfalls ein Unterraum von $\mathbb{R}^n$?
(2) Ist dann $U \cup V$ ebenfalls ein Unterraum von $\mathbb{R}^n$?

Besprechung: ab 5. Nov. 2018 in den Übungen.