

# Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

## Blatt 6

### Aufgabe 21: (schriftlich)

a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von  $f(x, y) = (x - 1)(y - 1)(x^2 + y^2 - 1)$  und skizzieren Sie diese Menge. Markieren Sie ferner die Bereiche, über denen  $f(x, y) > 0$  bzw.  $f(x, y) < 0$  ist.

b) Es sei 
$$h(x, y) = \frac{1}{\sqrt{7 - x^2 + 2x - y^2 - 2y}}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich  $\mathbb{D}$  und den Wertebereich  $\mathbb{W}$  von  $h$ . Skizzieren Sie  $\mathbb{D}$ . Zeichnen Sie ferner die Lösungsmenge von  $h(x, y) = 1/\sqrt{5}$  in dieses Schaubild. Ist die Funktion  $h(x, y)$  injektiv (mit kurzer Begründung)?

### Aufgabe 22: (schriftlich)

a) Gegeben sei die Funktion  $f : [-1, 0] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(t) = -|2t + 1|$ .  
Skizzieren Sie  $f(t)$ ,  $g(t) = (f \cdot f)(t)$  und  $h(t) = (f \circ f)(t)$ .

b) Skizzieren Sie ausgehend von der Betragsfunktion die Funktionen  $h(x) = ||x| - 1|$  und  $g(x) = |h(x) - 2|$  (ohne GTR und ohne Wertetabelle).

c) Zeigen Sie, dass  $x_0 = 2$  und  $x_1 = -3$  Nullstellen von  $p(x) = x^4 + x^3 - 9x^2 - 3x + 18$  sind. Bestimmen Sie die restlichen Nullstellen und stellen Sie dann  $p(x)$  als Produkt von Linearfaktoren dar.

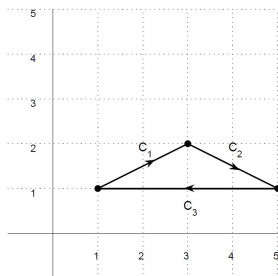
*bitte wenden*

**Aufgabe 23:** (mündlich)

a) Skizzieren Sie die Kurve:

$$r : [-3, 5] \rightarrow \mathbb{R}^2, r(t) = (2 - |t|, t)$$

Bestimmen Sie auch den Anfangs- und Endpunkt. Ist  $r(t)$  injektiv (mit Begründung)?



b) (1) Gegeben seien drei Kurvenstücke  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  (vgl. Schaubild). Geben Sie jeweils eine Parametrisierung für diese drei Kurvenstücke an.

(2) Die Kurve  $C$  entstehe dadurch, dass zuerst die Kurve  $C_1$ , danach  $C_2$  und zuletzt  $C_3$  durchlaufen wird. Geben Sie eine Parametrisierung von  $C$  an.

**Aufgabe 24:** (mündlich)

a) Gegeben sei die Funktion  $f(x, y) = -\frac{1}{\sqrt{1+xy}}$ .

- (1) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich  $\mathbb{D}$  und den Wertebereich  $\mathbb{W}$  von  $f$ . Skizzieren Sie  $\mathbb{D}$ .
- (2) Zeichnen Sie in dieses Schaubild die Höhenlinien zum Niveau  $c_1 = -\frac{1}{2}$  und  $c_2 = -1$ .

b) Es sei

$$F = \begin{pmatrix} f_1(x, y) \\ f_2(x, y) \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad f_1(x, y) = \sqrt{9 - (x+1)^2 - (y-2)^2} \quad \text{und} \quad f_2(x, y) = \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2 - 4}}$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich  $\mathbb{D}$  von  $F$  und skizzieren Sie ihn.

**Besprechung:** ab 3. Dez. 2018 in den Übungen.