



Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 9

Aufgabe 33: (schriftlich)

a) Gegeben sind die komplexen Zahlen $w = 1 - 3i$ und $z = 4 + 2i$.
Berechnen Sie $w + z$, $\bar{w} - \bar{z}$, $\frac{z}{w}$, $\frac{1}{\bar{w}}$, $w \cdot z$, $|w|$, $z + \bar{z}$, $z - \bar{z}$.

b) Geben Sie zu $w = 1 - 3i$ alle $z \in \mathbb{C}$ an mit $|w + z| = |w| + |z|$.

c) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die folgenden Mengen:

$$M_1 = \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z - i| \leq 2\},$$

$$M_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z| \geq 1, \operatorname{Re}(z) \geq 0, \operatorname{Im}(z) \geq 0\},$$

$$M_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| = 2, \operatorname{Re}(z) \cdot \operatorname{Im}(z) > 0\},$$

$$M_4 = \left\{ z = -i + r \exp(i\varphi) : 1 \leq r \leq 3, \frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{4} \right\}.$$

d) Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polarkoordinaten an:

$$z = 2 + 2i, \quad w = 3i, \quad u = -1 + i, \quad v = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i.$$

Aufgabe 34: (schriftlich)

a) Skizzieren Sie in der Gauß'schen Zahlenebene die Menge

$$M = \left\{ z \in \mathbb{C} : z = 3 + r \exp(ti), 1 \leq r \leq 2, -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{2} \right\}.$$

b) Vereinfachen Sie

$$z = \frac{\exp\left(\frac{\pi}{2}i\right) - \exp\left(-\frac{\pi}{2}i\right)}{2i}.$$

c) Berechnen Sie alle Nullstellen von $p(z) = (2z^3 + 16i)(z^3 - 4z^2 + 13z)$. Geben Sie die Nullstellen in der algebraischen Darstellung an und markieren Sie diese in der Gauß'schen Zahlenebene.

bitte wenden

Aufgabe 35: (mündlich)

- a) Skizzieren Sie in der Gauß'schen Zahlenebene die Menge

$$M = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z + 2 + i| < 4\}.$$

- b) Die Gleichung $z^4 = c$ besitzt die Lösung $z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2} \cdot i$.
Bestimmen Sie c . Wie lauten die weiteren Lösungen? Geben Sie diese sowohl in der exponentiellen als auch in der algebraischen Darstellung an.

Aufgabe 36: (mündlich)

- a) Die komplexe Zahl w hat die Polarkoordinaten $(r, \varphi) = (16, \pi)$. Geben Sie w in der algebraischen Darstellung an.
Bestimmen Sie alle Lösungen von $z^4 = w$; geben Sie diese sowohl in der algebraischen als auch in der exponentiellen Darstellung an.
- b) Berechnen Sie den Betrag von $u = (1 + \sqrt{3}i)^6$.
- c) Bestimmen Sie den Imaginärteil von $W = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)^9$

Besprechung: ab 7. Jan. 2019 in den Übungen.