Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2018/19

Dr. E. Luik
N. Hermann

Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 10

Aufgabe 37: (schriftlich)

In dieser Aufgabe bezeichnet i die imaginäre Einheit.

a) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge

$$M \ = \ \left\{ z \in \mathbb{C} \ : \ z = r(\cos(2t) + i\sin(2t)),\ 1 \le r \le 2,\ \frac{\pi}{4} \le t \le \frac{\pi}{2} \right\} \quad .$$

b) Berechnen Sie $\ln\left(1 + \sqrt{3}\, i\right)$.

c) Es sei $p(z) = z^5 + 4z^3 + 8z^2 + 32$. Zeigen Sie, dass $z_1 = -2i$ eine Nullstelle von $p(z)$ ist. Bestimmen Sie alle weiteren Nullstellen von $p(z)$. Geben Sie diese sowohl in der exponentiellen als auch in der algebraischen Darstellung an.

Aufgabe 38: (schriftlich)

In dieser Aufgabe bezeichnet i die imaginäre Einheit.

a) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge

$$M \ = \ \left\{ z \in \mathbb{C} \ : \ z = re^{i\varphi} + i\,,\ 1 \le r \le 3,\ -\tfrac{\pi}{4} \le \varphi \le \tfrac{\pi}{2} \right\} \quad .$$

b) Die komplexe Zahl w hat die Polarkoordinaten $(r, \varphi) = \left(2, \frac{\pi}{4}\right)$. Welche Polarkoordinaten hat dann w^5?

c) Es sei $p(x) = x^5 + x^3 - 8x^2 - 8$. Zeigen Sie, dass $z_1 = i$ eine Nullstelle von $p(x)$ ist. Bestimmen Sie alle weiteren Nullstellen von $p(x)$. Geben Sie diese sowohl in der exponentiellen als auch in der algebraischen Darstellung an.

bitte wenden

Aufgabe 39: (mündlich)

a) Bestimmen Sie x' für

i) $x(t) = \sqrt{t} + \exp\left(\sqrt{t}\right),$ ii) $x(t) = \ln\left(\frac{3t^3 + 2t + 1}{2t}\right), \quad t > 0,$

iii) $x(t) = \frac{2t^2 - 1}{t + 1}\ , \quad t \neq -1,$ iv) $x(t) = \sqrt{\exp(t^2) + 2}\ ,$ v) $x(t) = t^{\alpha}\ (\alpha \in \mathbb{R}),$

b) Bestimmen Sie die 2. Ableitung der Funktionen
$x(t) = \ln(2t+1)\ , \quad t > \frac{1}{2}\ ;$ $f(x) = \exp(-x^2)\ , \quad x \in \mathbb{R}\ ;$ $h(y) = (2y^2+3)^5\ , \quad y \in \mathbb{R}\ .$

Aufgabe 40: (mündlich)

Geben Sie eine allgemeine Formel an für die n-te Ableitung von

a) $g(x) = x \exp(x)$

b) $f(x) = \frac{1+x}{1-2x}$

c) $h(x) = \sin(x)$

Besprechung: ab 14. Jan. 2019 in den Übungen.