



Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 13

Aufgabe 49: (schriftlich)

Es sei $h(x, y) = \exp((y - x)^2 + 2(2 - x)^2)$.

- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich \mathbb{D} und den Wertebereich \mathbb{W} von h .
- Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von h .
- Bestimmen Sie alle Hoch- und Tiefpunkte von h .
- Bestimmen Sie die Ableitung von h an der Stelle $\vec{a} = (1, 1)$ in Richtung des Vektors $\vec{b} = (3, 4)$.
- Berechnen Sie das totale Differential von h im Punkt $\vec{c} = (2, 1)$.

Aufgabe 50: (schriftlich)

- Bestimmen Sie zu $f(x) = \frac{1}{1+x}$ das Taylor-Polynom vom Grad 3 an der Stelle $\bar{x} = 1$.
- Bestimmen Sie zu $f(x) = \frac{1}{1+x}$ das Taylor-Polynom vom Grad n an der Stelle $\bar{x} = 1$.
- Gegeben sei die Funktion $g(u, v) = \sqrt{2u + v^2 + 1}$.
Weiter sei $f(x) := g(x, \sqrt{3})$. Berechnen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 4 zu $f(x)$ an der Stelle $\bar{x} = 0$.

Aufgabe 51: (mündlich)

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{-x-2}{x}$.

- Finden Sie eine allgemeine Formel für $f^{(n)}(x)$.
- Berechnen Sie die Taylor-Reihe von f zum Entwicklungspunkt $x_0 = -2$. Bestimmen Sie den Konvergenzbereich von dieser Reihe.

Aufgabe 52: (mündlich)

Bestimmen Sie den Konvergenzbereich und die Grenzfunktion der folgenden Reihen:

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{x(n+\frac{1}{2})}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\ln(x-2))^n}{(n-1)!}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot 2^k \cdot x^{k-1}.$$

Besprechung: ab 4. Febr. 2019 in den Übungen.