



Übungen zur **Mathematik I**

für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Anwendungen der Differentialrechnung**

(1) Es sei $p(x)$ ein Polynom vom Grad m . Bestimmen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\exp(\alpha x)}{p(x)} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} p(x) \cdot \exp(-\alpha x) \quad (\alpha > 0),$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{p(x)} \quad \text{und} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{\ln(x)} .$$

(2) **a)** Gegeben seien zwei reelle Größen u, v mit $dv = du$.

Folgt dann $v = u$ durchweg?

b) Es gelte nun $dv = 2u \cdot du$. Eine Messung ergibt $u = 5$, $v = 27$. Wie lautet der Zusammenhang zwischen u und v ?

(3) Die van-der-Waalsche Zustandsgleichung lautet

$$P(V, T) = \frac{R \cdot T}{V - b} - \frac{a}{V^2} \quad \text{mit positiven Konstanten } a, b \text{ und } R.$$

Bestimmen Sie das totale Differential bei $(V, T) = (2, 6)$.

(4) Berechnen Sie die Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{\pi - 2x} \quad \text{und} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 - (2-h)^3}{2h} .$$

(5) Es sei $h(x, y) = \ln((y+1)^3 - (x-1)^3)$.

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich von h . Skizzieren Sie den Definitionsbereich.

b) Besitzt h lokale Extrema (mit Begründung)? Falls ja, so bestimmen Sie diese.

c) Für welche Richtung \vec{b} wird im Punkt $\vec{a} = (0, 1)$ die Richtungsableitung möglichst groß? Bestimmen Sie in diesem Fall auch den Wert der Richtungsableitung.

d) Geben Sie im Punkt $\vec{a} = (0, 1)$ das totale Differential von h an.