



Übungen zur Mathematik I

für die Studiengänge Chemie, Life Science und Nanoscience

Freiwillige Zusatzaufgaben zu Anwendungen der Differentialrechnung

Lösungen

(1) Es sei $p(x) = a_m x^m + \dots + a_0$ ein Polynom vom Grad m und $\alpha > 0$.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\exp(\alpha x)}{p(x)} = \begin{cases} +\infty & , \text{ falls } a_m > 0 \\ -\infty & , \text{ falls } a_m < 0 \end{cases} , \quad \lim_{x \rightarrow \infty} p(x) \cdot \exp(-\alpha x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{p(x)} = 0 , \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x)}{\ln(x)} = \begin{cases} +\infty & , \text{ falls } a_m > 0 \\ -\infty & , \text{ falls } a_m < 0 \end{cases}$$

(2) a) Nein. Der Zusammenhang lautet $v = u + c$ mit einer Konstanten $c \in \mathbb{R}$.

b) $v(u) = u^2 + 2$

(3)

$$dP = \left(-\frac{6R}{(2-b)^2} + \frac{2a}{8} \right) dV + \frac{R}{2-b} dT$$

(4)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{\pi - 2x} = \frac{1}{2} ; \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 - (2-h)^3}{2h} = 12 .$$

(5) a) $\mathbb{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x - 2\}$

$$\mathbb{W} = \mathbb{R}$$

b)

$$h_x(x, y) = -\frac{3(x-1)^2}{(y+1)^3 - (x-1)^3}$$

$$h_y(x, y) = \frac{3(y+1)^2}{(y+1)^3 - (x-1)^3}$$

 h besitzt keine lokalen Extrema, da es kein (\bar{x}, \bar{y}) gibt mit $\nabla h(\bar{x}, \bar{y}) = \vec{0}$.

c) $\vec{b} = \nabla h(\vec{a}) = \left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{4}\right)$, $\frac{\partial h(0,1)}{\partial \vec{b}} = \frac{\sqrt{17}}{3}$

d) $dh = -\frac{1}{3} dx + \frac{4}{3} dy$

