**Universität Konstanz**

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2018/19

Dr. E. Luik

# Mathematik I

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Approximation von Funktionen**

(1) Bestimmen Sie zum Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ die Taylor-Reihen zu $\sin(x)$ und $\cos(x)$.

(2) Berechnen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 2 an der Stelle $(x_0, y_0) = (0, -\frac{\pi}{2})$ von $h(x, y) = \cos(x^2 - y)$.

(3) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = i \quad .$$

(4) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades von $f(x, y) = \ln(1 + xy)$ an der Stelle $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

(5) Gegeben sei die Funktion $g(u, v) = \sqrt{2u + v^2 + 1}$ .

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 2 zu $g(u, v)$ an der Stelle (1,1).

(6) Approximieren Sie die Funktion $f(x, y) = y^{1+x}$ in der Nähe der Stelle $(\bar{x}, \bar{y}) = (1, e)$ durch ein Polynom ersten Grades.

(7) Gegeben sei die Funktion $h(x, y) = \sqrt{4 - (x - 1)(y + 1)}$ .

**a)** Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}$ und den Wertebereich $\mathbb{W}$ von $h$. Skizzieren Sie $\mathbb{D}$.

**b)** Berechnen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von $h$.

**c)** Berechnen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 2 zu $h(x, y)$ an der Stelle $(2, 2)$.

(8) Bestimmen Sie zu $h(u, v) = \sqrt{2u + v}$ das Taylor-Polynom vom Grad 2 an der Stelle $(1, 2)$.

(9) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich und die Grenzfunktion von

$$\sum_{k=1}^{\infty} 2^k (x - 1)^k \ .$$

(10) Gegeben sei die Funktion $h(x, y, z) = \ln\left(x^2 + y^4 + (z - 2)^2\right)$ .

**a)** Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von $h$.

**b)** Berechnen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 1 zu $h$ an der Stelle $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (1, 0, 1)$ .

**c)** Sei nun $f(z) = h(2, 0, z)$. Berechnen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 2 zu $f$ an der Stelle $\bar{z} = 0$.