Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2018/19

Dr. E. Luik

Übungen zur **Mathematik I**

für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Folgen, Reihen, Grenzwerte, Stetigkeit, spezielle Funktionen**

Lösungen

(1)

$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} 3^n &= \infty \\
\lim_{n\to\infty} (-3)^n & \quad \text{exitiert nicht.} \\
\lim_{n\to\infty} (-3)^{-n} &= 0 \\
\lim_{n\to\infty} \exp\left(-\tfrac{1}{n}\right) &= 1 \\
\lim_{n\to\infty} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^{n+1} &= \infty \\
\lim_{n\to\infty} \ln\left(\tfrac{n+3}{2n+7}\right) &= -\ln(2) \\
\lim_{n\to\infty} (\cos^2(n) + \sin^2(n)) &= 1
\end{aligned}$$

(2)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(2n+1)^3}{n^3+n+1} = 8, \quad \lim_{n\to\infty} \frac{7n^4+n^3+n^2}{n^5+10n^4+n^3+1} = 0, \quad \lim_{n\to\infty} \frac{2n^3+7n^2-4n}{100n^2+n+1} = \infty.$$

(3)

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \frac{5}{2}, \qquad \lim_{x\to\infty} h(x) = 2^N,$$
$$\lim_{x\to\infty} r(x) = \infty, \qquad \lim_{x\to\infty} g(x) = 1.$$

(4) Es gibt ein Polynom $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, welches die Nullstellen $x_1 = 1,\ x_2 = 2$, $x_3 = 3$ besitzt und $\lim\limits_{x\to\infty} p(x) = -\infty$ erfüllt, z.B. $p(x) = -(x-1)(x-2)(x-3) = -x^3+6x^2-11x+6$.

(5) **a)** $\displaystyle\lim_{x\to 2^-} \left(\frac{x^2-4}{(x-2)^2}\right) = -\infty$, $\displaystyle\lim_{x\to 2^+} \left(\frac{x^2-4}{(x-2)^2}\right) = \infty$, $\displaystyle\lim_{x\to 2} \left(\frac{x^2-4}{(x-2)^2}\right)$ existiert nicht,

b) $\displaystyle\lim_{x\to 1^-} \left(\frac{x^3-1}{x-1}\right) = 3$, $\displaystyle\lim_{x\to 1^+} \left(\frac{x^3-1}{x-1}\right) = 3$, $\displaystyle\lim_{x\to 1} \left(\frac{x^3-1}{x-1}\right) = 3$.

bitte wenden

(6)

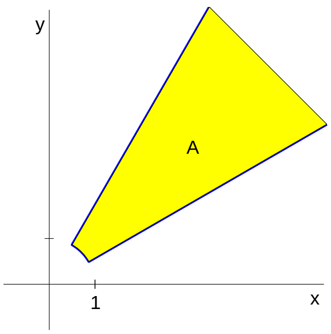
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k+2}}{(k+1)!} \;=\; e^4 - 5\,, \qquad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-3)^{k-1}}{5^{k+1}} \;=\; -\frac{1}{24}\,, \qquad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(k\pi)}{2\,k!} \;=\; \frac{1}{2e}\,, \qquad \sum_{k=5}^{\infty} \frac{\sin(k\pi)}{k!} \;=\; 0.$$

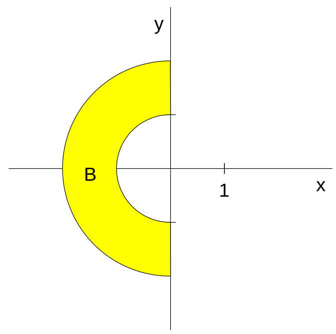
(7) $\mathbb{D} = [-1, 1]$, h ist stetig auf $\mathbb{D}$.

(8) $I_1 = [-2, -1],\ I_2 = [0, 1],\ I_3 = [3, 4]$.

(9) $h(t) = \exp(-5 + 6t)$.

(10)





(11) $t = \dfrac{\ln(100)}{\ln(2)} 50 \;\approx\; 332.2$ Jahre.

(12) $t = \dfrac{\ln(10)}{\ln(2)} 5730 \;\approx\; 19035$ Jahre.

(13) $\alpha \approx 3,\ \lambda \approx -0.5$.