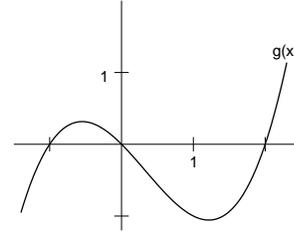
Übungen zur **Mathematik I**für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Funktionen**

(1) Gegeben sei die Funktion $g(x)$ aus dem rechten Schaubild. Skizzieren Sie die Funktionen $f_1(x) = g(-x)$, $f_2(x) = g(|x|)$, $f_3(x) = |g(x)|$ und $f_4(x) = |g(|x|)|$.



(2)

a) Gegeben sei die Funktion $h(x, y) = 5 + \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2 - 4}$.

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich \mathbb{D} und skizzieren Sie diesen.

Geben Sie den Wertebereich \mathbb{W} von h an.

b) Gegeben sei die Funktion $h(x, y) = \sqrt{4 - (x-1)(y+1)}$.

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich \mathbb{D} und den Wertebereich \mathbb{W} von h . Skizzieren Sie \mathbb{D} . Zeichnen Sie in dieses Schaubild die Höhenlinie von h zum Niveau $c = \sqrt{3}$.

(3) Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x & \text{für } 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2 - 2x & \text{für } \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

Skizzieren Sie $f(x)$ und $(f \circ f)(x)$.

(4) a) Bestimmen Sie $f \circ g$ und $g \circ f$ (sofern möglich) für

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^4 + 3x^2, \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \sqrt{2x^2 + 5};$$

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2, \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, g(x) = (x, 2x, 3x);$$

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = 2x + 3y - 5, \quad g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = \frac{1}{2x^2 + 1}.$$

b) Es seien $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -4 \leq x \leq 0, -5 \leq y \leq 3\}$ und

$$f : D \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = (x+2)^2 + \frac{(y+1)^2}{16}.$$

Erstellen Sie für den Bereich D eine Höhenkarte von f , indem Sie die Höhenlinien zum Niveau $c = 0$, $c = \frac{1}{16}$, $c = \frac{1}{9}$, $c = \frac{1}{4}$, $c = 1$, $c = 2$, $c = 3$ in ein Schaubild zeichnen.

(5) Sind die folgenden Funktionen injektiv, surjektiv, bijektiv (mit Begründung)?

$$r_1 : [0, 2\pi) \rightarrow \mathbb{R}^2, r(t) = (\cos(t), \sin(t))$$

$$r_2 : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, r(t) = (\cos(t), \sin(t))$$

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, F(x, y) = (x + y, x - y)$$

$$G : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, G(x, y, z) = (x + y + z, -3x - 3y - 3z)$$

$$h : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}, h(u_1, u_2, u_3, u_4) = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$$