

Übungen zur **Mathematik I für Chemie, Life Science und Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zur **Vektorrechnung**

**Lösungen**

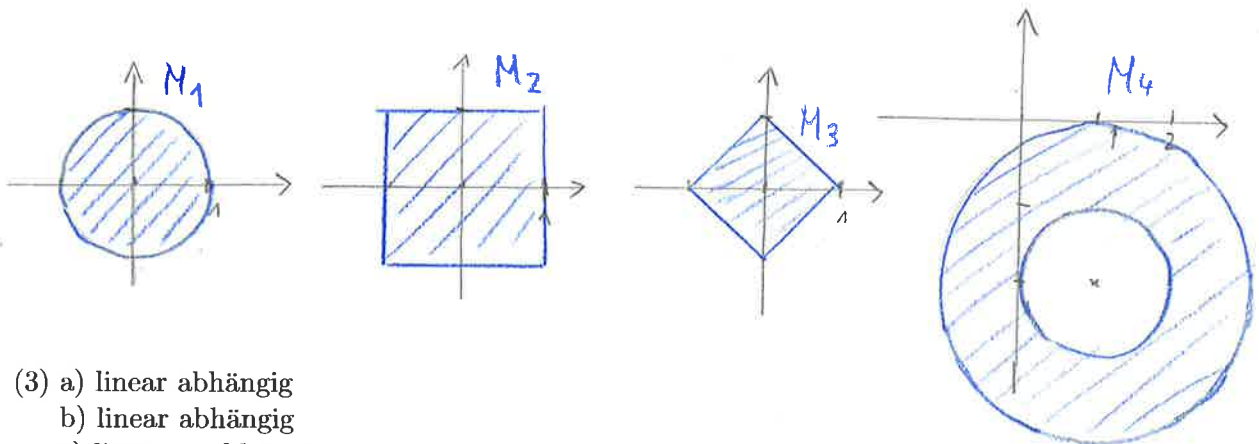
(1) (Maximum und Minimum)

$$\max\{5 - k : k = 2, 3, \dots, 10\} = 3, \quad \min\{5 - k : k = 2, 3, \dots, 10\} = -5,$$

$$\max\{|5 - k| : k = 2, 3, \dots, 10\} = 5, \quad \min\{|5 - k| : k = 2, 3, \dots, 10\} = 0,$$

$$\max\{x^3 - 1 : -2 \leq x \leq 2\} = 7, \quad \min\{x^3 - 1 : -2 \leq x \leq 2\} = -9.$$

(2) Es gelten die Beziehungen  $M_3 \subset M_1 \subset M_2$ .



- (3) a) linear abhängig  
b) linear abhängig  
c) linear unabhängig  
d) linear unabhängig

(4)  $\vec{a} \in U, \vec{b} \notin U, \vec{c} \notin U$ .

(5) a)  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ , ONB:  $\left\{ \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$

b)  $\lambda = 1, \vec{c}_1 \stackrel{A}{=} \frac{1}{6} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

(6)  $F = 7, U = 20$

(7)  $F = 5$

(8) a) Abstand =  $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

b)  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}$

(9) a)  $B = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \frac{1}{\sqrt{18}} \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

b)  $\vec{x}_E = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{Abstand} = 3$

c)  $\vec{y} \stackrel{A}{=} \frac{3}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(10)  $r = 0, r = -\frac{3}{2}$

(11) a)  $V = \frac{10}{6}$

b) Koordinatendarstellung:  $E = \left\{ \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : 3x - 2y + 3z = 8 \right\}$

Parameterdarstellung:  $E = \left\{ \vec{r} \in \mathbb{R}^3 : \vec{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \mathbb{R} \right\}$

Normalendarstellung:  $E = \left\{ \vec{r} \in \mathbb{R}^3 \left\langle \vec{r} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle = 0 \right\}$

(12)  $\vec{w} \in U; \quad \vec{w} \stackrel{A}{=} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$