Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

10. März 2017

Klausur zur **Mathematik I**

für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**

Name	**Vorname**	**Matrikel-Nr.**	**Studiengang**

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **fünf** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Bitte schreiben Sie auf dieses Blatt Ihren Namen und die Matrikelnummer und auf jedes Blatt Ihren Namen.
   Dieses Blatt muss wieder abgegeben werden.
3. **Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.** Schreiben Sie die Lösungen **mit Tinte oder Kugelschreiber**. Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen Rand für die Korrektur.
4. Die Klausur dauert 90 Minuten.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** 1 handgeschriebenes Blatt (DIN A 4) mit eigenen Notizen (keine Kopien, keine Verkleinerungen). Alle anderen Hilfsmittel (auch Taschenrechner) sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Zum Bestehen sind mindestens 18 Punkte erforderlich (ohne Bonuspunkte).

Viel Erfolg!

Korrektur

Aufgabe	1	2	3	4	5	gesamt	Bonus	total	Note
Punkte	8	9	7	13	8	45	5	50	
erreicht									

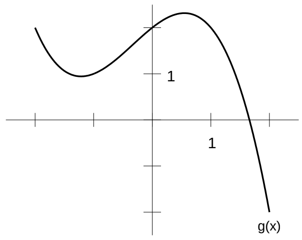
bitte wenden

Aufgabe 1: (8 Punkte)

a) Bestimmen Sie $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{(2x+1)^3(1-x^2)}{(x-1)^5}$ und $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\ln(3x-2)}{x^2-1}$.

b) Konvergiert die Reihe $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{e^{2k}}{3^k}$ im eigentlichen Sinne (mit Begründung)?

Falls ja, so berechnen Sie den Grenzwert.



c) Gegeben sei die Funktion $g(x)$ aus dem rechten Schaubild. Skizzieren Sie die Funktionen $f_1(x) = -g(-x)$ und $f_2(x) = |g(|x|)|$.

Aufgabe 2: (9 Punkte)

a) Bestimmen Sie den Umfang und den Flächeninhalt des Vierecks mit den Ecken $A(1|1),\ B(2|3),\ C(5|-1),\ D(1|-1)$.

b) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix}$.

(1) Bestimmen Sie eine ONB von $E = \operatorname{span}\{\vec{a}, \vec{b}\}$.

(2) Finden Sie einen Vektor $\vec{c} \in \mathbb{R}^3$, so dass $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ (in dieser Reihenfolge) ein Linkssystem bilden.

Aufgabe 3: (7 Punkte)

In dieser Aufgabe bezeichnet i die imaginäre Einheit.

a) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Menge

$$M = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z+2+i| < 4\} \quad .$$

b) Die Gleichung $z^4 = c$ besitzt die Lösung $z_1 = \sqrt{2} + \sqrt{2}\cdot i$.
Bestimmen Sie c. Wie lauten die weiteren Lösungen? Geben Sie diese sowohl in der exponentiellen als auch in der algebraischen Darstellung an.

Aufgabe 4: (13 Punkte)

Es sei $h(u,v) = \ln\left(4 - (u-1)^2 - (v+1)^2\right)$.

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich und den Wertebereich von h. Skizzieren Sie den Definitionsbereich.

b) Berechnen Sie alle Lösungen von $h(u,v) = 0$ und zeichnen Sie die Lösungsmenge in das Schaubild von a).

c) Ermitteln Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von h.

d) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema und Sattelpunkte von h.

e) Berechnen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 2 zu $h(x,y)$ an der Stelle $(0,0)$.

Aufgabe 5: (8 Punkte)

a) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich und die Grenzfunktion von

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tfrac{(-2)^n}{3^{n+1}} (x-1)^n \quad .$$

b) Berechnen Sie $\displaystyle\int_1^2 \tfrac{3}{2} x^2 \ln(x^2)\, dx$.