



NACHKLAUSUR ZUR **Mathematik I**  
für die Studiengänge **Chemie, Life Science** und **Nanoscience**

| Name | Vorname | Matrikel-Nr. | Studiengang |
|------|---------|--------------|-------------|
|      |         |              |             |

**Allgemeine Richtlinien:**

1. Diese Klausur beinhaltet **fünf** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Bitte schreiben Sie auf dieses Blatt Ihren Namen und die Matrikelnummer und auf jedes Blatt Ihren Namen.  
**Dieses Blatt muss wieder abgegeben werden.**
3. **Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.** Schreiben Sie die Lösungen **mit Tinte oder Kugelschreiber**. Lassen Sie bitte auf der linken Seite einen Rand für die Korrektur.
4. Die Klausur dauert 90 Minuten.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** 1 handgeschriebenes Blatt (DIN A 4) mit eigenen Notizen (keine Kopien, keine Verkleinerungen).  
Alle anderen Hilfsmittel (Taschenrechner, Handy, i-Phone, Tablet, ...) sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Zum Bestehen sind mindestens 18 Punkte erforderlich (ohne Bonuspunkte).
7. Bonuspunkte gibt es nur für den ersten Versuch.

**Viel Erfolg!**

**Korrektur**

| Aufgabe  | 1 | 2  | 3 | 4  | 5 | gesamt | Bonus | total | Note |
|----------|---|----|---|----|---|--------|-------|-------|------|
| Punkte   | 8 | 10 | 8 | 11 | 8 | 45     | 5     | 50    |      |
| erreicht |   |    |   |    |   |        |       |       |      |

**Aufgabe 1:** (8 Punkte)

a) Berechnen Sie  $\sum_{k=0}^8 \binom{10}{k} (-2)^{10-k}$ .

b) Gegeben seien die Funktionen  $f(x) = \exp(x) - \exp(1)$  und  $g(x) = \frac{5x-5}{x^2+1}$ .

(1) Bestimmen Sie alle Nullstellen von  $f \circ g$ .

(2) Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f \circ g)(x)$ .

c) Für welche  $u \in \mathbb{R}$  gilt  $\binom{u}{2} = \frac{3}{8}$ ?

**Aufgabe 2:** (10 Punkte)

Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c}_\lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \lambda \end{pmatrix}$  mit  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

a) Für welche  $\lambda \in \mathbb{R}$  bilden die Vektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}_\lambda$  eine Basis des  $\mathbb{R}^3$ ?

b) Für welche  $\lambda \in \mathbb{R}$  gilt  $\vec{a} \times \vec{c}_\lambda = \vec{b}$ ?

c) Bestimmen Sie die Koordinatendarstellung von  $\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  bzgl. der Basis  $\mathcal{B} = \{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}_1\}$ .

d) Welchen Abstand hat der Vektor  $\vec{b}$  von der Geraden  $G = \text{span}\{\vec{a}\}$ ?

**Aufgabe 3:** (8 Punkte)

In dieser Aufgabe bezeichnet  $i$  die imaginäre Einheit.

a) Skizzieren Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Mengen

$$\begin{aligned} M_1 &= \{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z + 3i + 2| \leq 2\} \quad , \\ M_2 &= \{y \in \mathbb{C} : y = \bar{z}, z \in M_1\} \quad . \end{aligned}$$

b) Berechnen Sie alle Nullstellen von  $p(z) = (z^3 + 8i)(z^2 - 4z + 13)$ . Geben Sie die Nullstellen in der algebraischen Darstellung an.

**Aufgabe 4:** (11 Punkte)

Gegeben sei die Funktion  $h(x, y) = \exp(1 - (x + 1)^2 - 4(y - 1)^2)$ .

a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich  $\mathbb{D}$  und den Wertebereich  $\mathbb{W}$  von  $h$ .

b) Skizzieren Sie die Höhenlinie zu  $h(x, y)$  zum Niveau  $c = 1$ .

c) Berechnen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix von  $h$ .

d) Bestimmen Sie zu  $h$  das Taylor-Polynom vom Grad 2 an der Stelle  $(0, 1)$ .

**Aufgabe 5:** (8 Punkte)

a) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich und die Grenzfunktion von

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3(x-1)^{k+1}}{k!} \quad .$$

b) Bestimmen Sie alle Stammfunktionen von  $f(x) = \cos^2(x)$ .