



Blatt 3

Aufgabe 11. Zunächst führen wir eine übliche Bezeichnung ein

Ausdruck	Aussprache	Bedingung	Abkürzung für
a^2	a Quadrat	$a \in \mathbb{Z}$	$a \cdot a$

Zeigen Sie

$$(-1)^2 = 1.$$

Aufgabe 12. Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : -a = (-1) \cdot a.$$

Für den Nachweis können Sie die eben in der Vorlesung bewiesene Aussage

$$\forall x \in \mathbb{Z} : x \cdot 0 = 0$$

sowie sämtliche Aussagen aus der Aufgabe 8 benutzen:

- (i) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : (x - y) \in \mathbb{Z}$
- (ii) $\forall x \in \mathbb{Z} : x + 0 = x$
- (iii) $\forall x \in \mathbb{Z} : x \cdot 1 = x$
- (iv) $\forall x \in \mathbb{Z} : 0 - x = -x$
- (v) $\forall x \in \mathbb{Z} : \forall y \in \mathbb{Z} : \forall z \in \mathbb{Z} : x + (y - z) = (x + y) - z$

Aufgabe 13. Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{Z} : a = -(-a).$$

Dabei können Sie die Aussagen von Aufgabe 11 und 12 verwenden.

Aufgabe 14. Zeigen Sie, dass die folgende Aussage gilt

$$\forall n \in \mathbb{Z} : (2|n) \Rightarrow (2|n^2).$$

Aufgabe 15. Zeigen Sie

$$\forall a \in \mathbb{N} : \forall b \in \mathbb{N} : a < b \Rightarrow a^2 < b^2.$$