HTWG Konstanz Dr. Lothar Sebastian Krapp
Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
25. März 2020 Wintersemester 2019/2020

Formelblatt: Mathematik 1 (EIB)

Spezielle Werte für trigonometrische Funktionen:

- $\tan\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = 1$,
- $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$,
- $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$,
- $\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -1$,
- $\tan\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 1$,
- $\tan\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -1$,
- $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
- $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
- $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,
- $\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$,
- $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$,
- $\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$,
- $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$,
- $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$,
- $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$,
- $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$,
- $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$,
- $\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$,
- $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$,
- $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$,
- $\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$,
- $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Komplexe Nullstellen von Polynomen mit reellen Koeffizienten:
Seien $n \in \mathbb{N}$ und $a_0, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$. Dann hat das Polynom $p(z) = a_n z^n + \ldots + a_1 z + a_0$ für jede echt komplexe Nullstelle $w \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$ auch ihr konjugiert komplexes $\overline{w}$ als Nullstelle.

Skalarprodukt und Winkel:
Ist φ mit $0 \leq \varphi \leq \pi$ der Winkel, der von zwei Vektoren $\vec{a}$ und und $\vec{b}$ eingeschlossen wird, dann gilt:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \cos(\varphi) \cdot |\vec{a}| \cdot \left|\vec{b}\right|.$$

Kollinearität:
Zwei parallele oder anti-parallele Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ sind kollinear.

Vektorprodukt:
Seien $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$. Dann entspricht die Länge des Vektors $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ dem Flächeninhalt des von $\vec{a}$ und $\vec{b}$ aufgespannten Parallelogramms.

Matrixdarstellung:
Seien

$$B = \left\{\vec{b}_1, \ldots, \vec{b}_n\right\} \text{ und } B' = \left\{\vec{b}'_1, \ldots, \vec{b}'_n\right\}$$

zwei Basen von V und sei T die Transformationsmatrix von B' auf B, d.h. $T\vec{b}'_i = \vec{b}_i$ für $i = 1, \ldots, n$. Sei weiter $\varphi\colon V \to V$ eine lineare Abbildung. Die Matrixdarstellung von φ bezüglich B heiße A, die Darstellung bezüglich B' heiße A'. Dann gilt

$$A' = T^{-1}AT.$$

Geometrische Summe:
Für alle $a \in \mathbb{R}$ und alle $m \in \mathbb{N}$ mit $m \geq 1$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{m-1} a^k = \frac{1 - a^m}{1 - a}.$$

Spezielle Taylorreihen:

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 - \frac{1}{6!}x^6 + \frac{1}{8!}x^8 \mp \ldots = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$$

$$\tan(x) = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \frac{62}{2835}x^9 + \ldots$$