

Zusatzübungen 2

(Lösungen am Ende)

Aufgabe 1:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}, v = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Berechne $A \cdot v$ und $\det(A)$.

Aufgabe 2:

Löse folgendes LGS:

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 &= -1 \\ -x_1 + 2x_2 + -x_3 &= 3 \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Bestimme den Definitions- und den Wertebereich der Funktion $f(x) = e^x + 5$. Berechne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

Aufgabe 4:

Sei $f(x)$ eine quadratische Funktion (d.h. $f(x) = a^2 + bx + c$). Wir wissen, dass $f(1) = 4$, $f(-1) = 2$ und $f(2) = 9$. Bestimme die genaue Funktionsgleichung von f .

Aufgabe 5:

Bestimme alle Hoch- und Tiefpunkte der Funktion $f(x) = x^3 + 2.5x^2 - 2x - 1.5$.

Aufgabe 6:

Leite $f(x) = \sin(x^3) \cdot x^2$ und $g(x) = \frac{x-1}{e^{2x}}$ ab.

Aufgabe 7:

Vereinfache $g'(x)$ aus Aufgabe 6 soweit wie möglich.

Aufgabe 8:

Berechne $\int_1^e \frac{1}{x} dx$.

Aufgabe 9:

Berechne den Gradient und die Hesse-Matrix von $f(x,y,z) = -xy + z \cdot e^x + \frac{y}{z^3}$.

Aufgabe 10:

Ein Anleger legt 2500 Euro zu einem Zinssatz von 4% über 5 Jahre an. Die Zinsen werden dabei vierteljährig zugeschlagen. Wie viel Geld hat der Anleger nach 5 Jahren.

Lösungen
(ohne Gewähr)

Aufgabe 1:

$$A \cdot v = \begin{pmatrix} -10 \\ 7 \\ -4 \end{pmatrix}, \det(A) = 12$$

Aufgabe 2:

$$x_1 = 2, x_2 = 0, x_3 = -5$$

Aufgabe 3:

$$D_f = \mathbb{R}, W_f = (5, \infty) = \{x \in \mathbb{R} : 5 < x\}, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \infty$$

Aufgabe 4:

$$f(x) = \frac{4}{3}x^2 + x + \frac{5}{3}$$

Aufgabe 5:

$$\text{HP: } (-2, 15/2), \text{ TP } (\frac{1}{3}, -\frac{31}{27})$$

Aufgabe 6:

$$f'(x) = 3x^4 \cos(x^3) + 2x \sin(x^3), g'(x) = \frac{e^{2x} - 2(x-1)e^{2x}}{e^{4x}}$$

Aufgabe 7:

$$g'(x) = \frac{3-2x}{e^{2x}}$$

Aufgabe 8:

$$\int_1^e \frac{1}{x} dx = 1$$

Aufgabe 9:

$$\nabla f(x) = \begin{pmatrix} -y + ze^x \\ -x + \frac{1}{z^3} \\ e^x - \frac{3y}{z^4} \end{pmatrix}, H_f = \begin{pmatrix} ze^x & -1 & e^x \\ -1 & 0 & -\frac{3}{z^4} \\ e^x & -\frac{3}{z^4} & \frac{12y}{z^5} \end{pmatrix}$$

Aufgabe 10:

$$K_5 = 3050.48$$