

Zusatzübung zu Grenzwerten

(Lösungen am Ende)

Aufgabe 1:

Sei

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3, & \text{für } x < 1 \\ -x + 5, & \text{für } x \geq 1 \end{cases}.$$

Prüfe f auf Stetigkeit.

Aufgabe 2:

Bestimme die folgenden Grenzwerte:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 + 4x^2 - 7}{x^3 + x}$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 4}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{1+x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{(x-2)^2}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{2x^3 - 3x^2}$

Lösungen

(ohne Gewähr)

Aufgabe 1:

Die Stetigkeit von f ist an allen Stellen klar, außer bei $x = 1$. Es ist $\lim_{x \nearrow 1} f(x) = \lim_{x \nearrow 1} x^2 - 3 = -2$ und $\lim_{x \searrow 1} f(x) = \lim_{x \searrow 1} -x + 5 = 4$. Damit ist f nicht stetig in $x = 1$.

Aufgabe 2:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 + 4x^2 - 7}{x^3 + x} = 6$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^3 - 4}{x^2} = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{1+x^2} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 4}{(x-2)^2} = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2}{2x^3 - 3x^2} = 0$