Lösungen zu Folie 139

Anwendungsbeispiel:
Die Funktion $f(x) = 13.5x^2 - 80x - 4$ beschreibt für $0 \leq x \leq 12$ die aktuelle Wertänderung eines Aktienpakets (x in Monaten) innerhalb eines Jahres. Die Wertänderung des Pakets ist zu Beginn des Jahres negativ, d.h. das Paket macht Verlust, irgendwann fängt der Wert aber wieder an zu steigen. Nach 8 Monaten hat das Aktienpaket einen Wert von 1212 Euro. Bestimme die Funktion, die zu jedem Zeitpunkt x den Wert des Aktienpakets beschreibt.

Welchen Wert hat es am Ende des Jahres? Welchen Wert hatte es am Anfang des Jahres? Zu welchem Zeitpunkt innerhalb des Jahres war der Wert am geringsten? Zu welchem Zeitpunkt nach Jahresminimum hat das Paket wieder den gleichen Wert wie am Anfang? Zu welchem Zeitpunkt machte das Aktienpaket den größten Verlust?

Lösung:
Gesucht ist die Stammfunktion von f mit $F(8) = 1212$. Es gilt $F(x) = \frac{9}{2}x^3 - 40x^2 - 4 + 1500$.
Wert am Ende des Jahres: $F(12) = 3468$.
Wert am Anfang des Jahres $F(0) = 1500$.
Zu welchem Zeitpunkt innerhalb des Jahres war der Wert am geringsten? Gesucht ist ein Tiefpunkt x von F mit $0 \leq x \leq 12$. Dieser Zeitpunkt ist ungefähr 5.97 (genau $x = \frac{80}{27} + \frac{2\sqrt{1654}}{27}$).
Zu welchem Zeitpunkt nach Jahresminimum hat das Paket wieder den gleichen Wert wie am Anfang? Gesucht ist nach einem $0 \leq x \leq 12$ mit $F(x) = F(0) = 1500$. Dieser Zeitpunkt ist ungefähr 8.98 (genau $x = \frac{40}{9} + \frac{2\sqrt{418}}{9}$).
Zu welchem Zeitpunkt machte das Aktienpaket den größten Verlust? Gesucht ist nach dem Minimum der Ableitung von F, also nach einem Minimum von f. Dieses liegt bei $x = \frac{80}{27}$.
Es gilt

$$F(x) = \frac{9}{2}x^3 - 40x^2 - 4 + 1500$$
$$F'(x) = f(x) = 13.5x^2 - 80x - 4$$
$$F''(x) = f'(x) = 27x - 80$$
$$f''(x) = 27.$$