Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer, J. Vill
WS 2019/20

Übungen zur Vorlesung Konvexität

Blatt 4

Abgabe: Freitag 13. Dezember 2019 um 13:00 Uhr

Aufgabe 13

Seien $f_1, \dots, f_r \in \mathbb{R}[x_1, \dots, x_n]$ mit $\deg(f_i) \le 1$, und sei $P = \{\xi \in \mathbb{R}^n \colon f_i(\xi) \ge 0$ für $i = 1, \dots, r\}$. Genau dann ist $P = \varnothing$, wenn es reelle Zahlen $c_1, \dots, c_r \ge 0$ gibt mit $\sum_{i=1}^r c_i f_i = -1$.

Aufgabe 14

Beweise:

(a) Affin-lineare Bilder, endliche Durchschnitte und endliche Minkowskisummen von Polyedern sind wieder Polyeder.
(b) Die zu einem Polyeder polare Menge ist ein Polyeder.
(c) Die abgeschlossene konvexe Hülle einer Vereinigung von endlich vielen Polyedern ist ein Polyeder.

Aufgabe 15

Sei $K \subseteq \mathbb{R}^n$ eine abgeschlossene konvexe Menge. Genau dann ist K ein Polyeder, wenn K nur endlich viele Seiten hat.

Aufgabe 16

Sei $U = (u_{jk})$ eine unitäre $n \times n$-Matrix, d.h. $U\overline{U}^t = I$. Zeige, daß die $n \times n$-Matrix $B(U) := (|u_{jk}|^2)$ doppelt stochastisch ist. Ist umgekehrt jede doppelt stochastische Matrix B von der Form $B(U)$ für eine unitäre Matrix U?