Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
C. Scheiderer, J. Vill
WS 2019/20

Übungen zur Vorlesung Konvexität

Blatt 7

Abgabe: Freitag 7. Februar 2020 um 13:00 Uhr

Aufgabe 25

Seien V, W $\mathbb{R}$-Vektorräume von endlicher Dimension, sei $f\colon W \to V$ eine lineare Abbildung. Für jeden spektralen Schatten $K \subseteq V$ ist auch das Urbild $f^{-1}(K) \subseteq W$ ein spektraler Schatten. Spektrale Schatten sind stabil unter (endlichen) direkten Produkten, Durchschnitten und Minkowskisummen.

Aufgabe 26

Betrachte die Menge $K = \{x \in \mathbb{R}^3_+ : x_1 x_2 x_3 \geq 1\}$ und zeige:

(a) K ist lineares Bild eines Spektraeders S, das durch drei lineare Matrixungleichungen der Größe 2×2 beschrieben wird;

(b) K ist kein Spektraeder.

Aufgabe 27

Ist K ein spektraler Schatten und F eine Seite von K, so ist auch die Menge $K \setminus F$ ein spektraler Schatten. (*Hinweis*: Zeige die Aussage zunächst im Fall, wo K ein Spektraeder ist.)

Aufgabe 28

Seien n, $d \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$, seien $0 \neq a_1, \ldots, a_n \in \mathbb{R}$ derart, daß die Form

$$f \;=\; a_1 x_1^d + \cdots + a_n x_n^d$$

hyperbolisch bezüglich einem Punkt $u \in \mathbb{R}^n$ ist. Dann ist $d \leq 2$.