FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

WS 23/24
13.4.2024

Nachklausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 90 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. **Jede Antwort ist zu begründen.**
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- **Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer.** Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

________________________________ (Unterschrift)

1	**2**	**3**

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

WS 23/24
13.4.2024

Nachklausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I

Aufgabe 1 14 Punkte

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung $5 - |x-1| \leq 3$.

b) Berechnen Sie, falls möglich, die Umkehrfunktion zu

$$f(x) \;=\; \ln(x^2+4), \quad x > 1.$$

Geben Sie in diesem Fall den Definitionsbereich der Umkehrfunktion an.

c) Es sei $x \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie mit der Regel von l'Hospital den uneigentlichen Grenzwert

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(2x)}{\exp(x) - 1 - x}.$$

d) Vorgelegt sei die Funktion

$$f(x,y) \;=\; 1 + y^2 - 4x + \exp(2x+y), \;\; (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

Berechnen Sie die Tangentialebene $T_{(\bar{x},\bar{y})}(f)$ an der Stelle $(\bar{x},\bar{y}) = (1,-2)$.

Aufgabe 2 14 Punkte

a) Vorgelegt sei die Funktion

$$G(x) \;=\; \int_0^x \frac{s}{s^2 - 5s + 4}\, ds.$$

Für welche Werte $x \geq 0$ kann die Funktion G sinnvoll definiert werden? Berechnen Sie $G(x)$ für alle sinnvollen Werte von x.

b) Begründen oder widerlegen sie die folgenden Aussagen:

i) Ist $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ differenzierbar mit $f(a) = 1$, $f(b) = 2$, so gilt $\int_a^b f'(x)\, dx \;=\; 1$.

ii) Es seien $F_1(x) = 1 + \exp(2x)$, $F_2(x) = \exp(x)^2$, $x \in [a,b]$. Können F_1 und F_2 Stammfunktion derselben Funktion $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ sein?

iii) Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ streng monoton fallend. Dann ist $(f \circ f) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ streng monoton fallend.

Aufgabe 3 14 Punkte

a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(x) = |x-2|$ bei $\bar{x} = 2$ nicht differenzierbar ist.

b) Vorgelegt sei die Funktion

$$f(x,y) \;=\; (x^2 - 2)\, \exp(2y-1), \;\; (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

Berechnen Sie mögliche relative Extremwerte von $f(x,y)$ unter der Nebenbedingung $2 = x+y$ mit der Methode von Lagrange.

c) Wie hängt die Funktion $h(z) = ((2-z)^2 - 2)\, \exp(2z-1)$, $z \in \mathbb{R}$ mit dem Optimierungsproblem aus b) zusammen?