

## Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 60 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten. Zur Bearbeitung der Klausur sind 60 Minuten vorgesehen.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. Jede Antwort ist zu begründen.
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer. Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

SITZPLATZNUMMER:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

\_\_\_\_\_ (Unterschrift)

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

## Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

### Aufgabe 1

14 Punkte

a) Es sei  $v = (1, 1, 1, 1)^T \in \mathbb{R}^4$  Eigenvektor zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4,4}.$$

Wie lautet der Eigenwert  $\lambda$  zum Eigenvektor  $v$ ? Was können Sie ohne weitere Rechnung über die restlichen Eigenwerte von  $A$  aussagen? Bestimmen Sie  $rg(A)$ , d.h. den Rang von  $A$ .

b) Es sei

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \exp(x_3 - x_4) \\ 5x_3 + \cos(\pi - x_4) \end{pmatrix}$$

Geben Sie die Funktionalmatrix von  $F$  an. Bestimmen Sie den Rang der Funktionalmatrix.

### Aufgabe 2

14 Punkte

Betrachtet werde das Problem

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 = \max. \quad \text{für } x_i > 0, i = 1, 2$$

unter der Zwangsbedingung  $g(x_1, x_2) = x_1 + x_2 - 3 = 0$ .

a) Berechnen Sie alle möglichen relativen Extremwerte.

b) Es sei  $x^* = (2, 1)$ ,  $\lambda^* = -4$  ein möglicher relativer Extremwert aus a). Geben Sie eine Matrix an, an welcher entschieden werden kann, ob ein lokales Maximum oder Minimum unter Nebenbedingung vorliegt.

### Aufgabe 3

14 Punkte

a) Vorgelegt sei die Anfangswertaufgabe

$$K'(t) = \alpha - \beta K(t), \quad K(0) = \gamma, \quad \alpha, \beta, \gamma > 0.$$

Geben Sie eine Ihnen bekannte ökonomische Interpretation dieser Gleichung an. Erläutern Sie, mit welchen Methoden diese Aufgabe gelöst werden kann. Berechnen Sie die Lösung der Anfangswertaufgabe. Wie verhält sich die Lösung für  $t \rightarrow \infty$ ?

b) Es sei  $x^*$  lokales Maximum einer zweimal differenzierbaren Funktion  $f$ , d.h. insbesondere gilt  $\nabla f(x^*) = 0$ . Betrachtet wird nun die Aufgabe

$$f(x) = \max. \text{ unter der Nebenbedingung } k(x) \geq 0 \tag{1}$$

mit obigem  $f$  und zweimal differenzierbaren  $k$ . Löst  $x^*$  auch die Aufgabe (1), falls zusätzlich  $k(x^*) > 0$  gilt? Was gilt, falls  $k(x^*) < 0$  ist?