FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

SS 2023
5.8.2023

Klausur zu
Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II (Ser. A)

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 90 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. **Jede Antwort ist zu begründen.**
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- **Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer.** Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

________________________________ (Unterschrift)

1	**2**	**3**

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

FB MATHEMATIK UND STATISTIK
UNIVERSITÄT KONSTANZ
J. Schropp

SS 2023
5.8.2023

Klausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II (Ser. A)

Aufgabe 1 14 Punkte

a) Vorgelegt sei das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit $A \in \mathbb{R}^{4,4}$ und $x, b \in \mathbb{R}^4$. Weiter besitze A den Eigenwert $\lambda = 0$. Welchen Rang kann A maximal besitzen, und was ergibt sich für $det(A)$? Was kann aus diesen Informationen über die Lösbarkeit und die Anzahl der Lösungen von $Ax = b$ gefolgert werden?

b) Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr sind oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- Jede symmetrische Matrix $C \in \mathbb{R}^{N,N}$ mit $det(C) > 0$ ist positiv definit.
- Für jede orthogonale Matrix $D \in \mathbb{R}^{N,N}$ gilt $det(D^2) = 1$.
- Gilt $v \in Ker(B)$, $v \in \mathbb{R}^N \backslash \{0\}$ für eine Matrix $B \in \mathbb{R}^{N,N}$, so hat B den Eigenwert 0.
- Es sei $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenzierbar, $F = F(x, y)$ mit $\frac{\partial}{\partial y} F(x, y) > 0$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Dann lässt sich die Gleichung $F(x, y) = 0$ an jeder Nullstelle (x_0, y_0) von F lokal nach y auflösen.

Aufgabe 2 14 Punkte

a) Betrachtet werde das Problem

$$f(x_1, x_2) = \frac{3}{2} x_1 - 4x_2 = max.$$

unter der Nebenbedingung $x_1 \leq 2x_2 - \exp(-x_1)$. Berechnen Sie alle möglichen relativen Extremwerte.

b) Es sei $K(t) = a + b \exp(-ct)$, $t \geq 0$. Für welche Werte von $a, b, c \in \mathbb{R}$ löst $K(t)$ die Anfangswertaufgabe $K'(t) = 4 - 2K(t)$, $K(0) = 6$?

Aufgabe 3 14 Punkte

a) Es sei

$$f(x_1, x_2) = 10 + 3x_2^2 + 6x_1 + \exp(x_1 + x_2), \qquad (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2.$$

Zeigen Sie, dass f konvex auf $\mathbb{R}^2$ ist. Es sei $g(x_1, x_2) = 6x_1 + x_2 - 3$. Begründen Sie, dass $f + g$, $f - g$ auf $\mathbb{R}^2$ konvex sind.

b) Berechnen Sie die Lösung $\bar{x}(t)$ der Aufgabe

$$x''(t) + 6x'(t) + 8x(t) = 4, \quad t \in \mathbb{R}$$

zu den Anfangsbedingungen $x(0) = \frac{5}{2}$, $x'(0) = -6$.