

Nachklausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

- Zur Bearbeitung der Klausur sind 60 Minuten vorgesehen. Zugelassene Hilfsmittel sind das Skript auf der Website der Vorlesung, sowie ein persönlich handbeschriebenes DIN A4 Blatt. Alle weiteren Hilfsmittel wie z.B. Smartwatches, Smartphones, Tablets oder Taschenrechner sind verboten. Zur Bearbeitung der Klausur sind 60 Minuten vorgesehen.
- Die Klausur besteht aus 3 Aufgaben. Für jede Aufgabe gibt es 14 Punkte. Jede Antwort ist zu begründen.
- Es wird nicht nur das Endergebnis, sondern auch Lösungswege und Zwischenschritte bewertet. Geben Sie daher bei jeder Aufgabe alle Zwischenschritte an.
- Versehen Sie bitte jedes von Ihnen benutzte Blatt mit Ihrer Matrikelnummer. Für jede Aufgabe ist eine neue Seite anzufangen. Es empfiehlt sich selbstverständlich, mit der Aufgabe zu beginnen, die einem am einfachsten erscheint.
- Füllen Sie bitte dieses Deckblatt in deutlicher Blockschrift aus, und geben Sie es am Ende der Klausur zusammen mit Ihren Lösungen ab.
- Alle Mitarbeiter/innen der Vorlesung wünschen Ihnen gutes Gelingen und viel Erfolg!

MATRIKELNUMMER:

PRÜFUNGSRAUM:

SITZPLATZNUMMER:

Hiermit stimme ich der Veröffentlichung meines Klausurergebnisses ohne Nennung des Namens zu.

_____ (Unterschrift)

1	2	3

Gesamtpunktzahl:	
Note:	

Nachklausur zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

Aufgabe 1

14 Punkte

a) Begründen Sie, ob die folgenden Aussagen wahr sind oder geben Sie ein Gegenbeispiel an:

- Jede Matrix $C \in \mathbb{R}^{N,N}$ mit $\text{Ker}(C) = \{0\}$ ist invertierbar.
- Für jede Matrix $D \in \mathbb{R}^{N,N}$ ist die Determinante von $D^T D$ nicht negativ.
- Die Eigenwerte jeder Matrix $E \in \mathbb{R}^{N,N}$ sind reell.

b) Vorgelegt sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & t \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}, \quad t \geq 0.$$

Bestimmen Sie den Kern und die Determinante von A , d.h. $\text{Ker}(A)$ und $\det(A)$ in Abhängigkeit von t . Für welche $t \geq 0$ ist die quadratische Form $Q(x) = x^T A x$, $x = (x_1, x_2, x_3)$ positiv definit?

Aufgabe 2

14 Punkte

a) Betrachtet werde das Problem

$$f(x_1, x_2) = 4 \ln(1 + x_2) + 2x_2 - 4x_1 = \max., \quad x_i > 0, \quad i = 1, 2$$

unter der Zwangsbedingung $k(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2^2 \geq 0$. Berechnen Sie alle möglichen relativen Extremwerte.

b) Ein Landwirt bewirtschaftet ein Grundstück von 40 Hektar Größe mit Zuckerrüben und Weizen. Er kann 2400 Euro einsetzen. Pro Hektar betragen seine Anbaukosten bei Rüben 40 Euro und bei Weizen 120 Euro. Der Reingewinn bei Rüben sei 100 Euro pro Hektar, bei Weizen sei er 250 Euro pro Hektar. Erstellen Sie die zugehörige mathematische Optimierungsaufgabe.

Aufgabe 3

14 Punkte

a) Berechnen Sie die Lösung $\bar{x}(t)$ der Anfangswertaufgabe

$$x'(t) - \frac{1}{t}x(t) = t \exp(-t), \quad t \geq 1, \quad x(1) = 3.$$

Wie verhält sich $\bar{x}(t)$ für $t \rightarrow \infty$?

b) Es sei $z = 1 - i$ eine komplexe Zahl. Berechnen Sie $|z|$, z in Polarkoordinaten und $\frac{1}{z}$ in kartesischen Koordinaten.