

## Übungen zur Vorlesung Lineare Algebra II

### Blatt 1

#### Aufgabe 1

(4 Punkte)

Trigonalisieren Sie die folgende Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

Geben Sie insbesondere die Transformationsmatrix  $S$  an, so dass  $S^{-1}AS$  obere Dreiecksgestalt hat.

#### Aufgabe 2

(4 Punkte)

Überprüfen Sie, ob die folgende Matrix

$$B := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 2 \\ -4 & -4 & 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

diagonalisierbar ist. Falls ja, so geben Sie eine reguläre Matrix  $S$  an, so dass  $S^{-1}BS$  Diagonalgestalt hat.

#### Aufgabe 3

(4 Punkte)

Sei  $\varphi \in [0, 2\pi)$ . Betrachten Sie die folgende Matrix

$$C := \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix}.$$

- (a) Sei  $C \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ . Für welche  $\varphi$  ist  $C$  diagonalisierbar?  
(b) Sei  $C \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ . Zeigen Sie, dass  $C$  stets diagonalisierbar ist und geben Sie eine Basis  $B$  an, so dass  $M(f_C, B)$  Diagonalgestalt hat.

#### Aufgabe 4\*

(4 Punkte)

Sei  $K$  ein Körper und  $A \in K^{n \times n}$  eine nilpotente Matrix, d.h. es gibt ein  $k \in \mathbb{N}$  mit  $A^k = 0$ .

- (a) Zeigen Sie, dass 0 der einzige Eigenwert von  $A$  ist.  
(b) Zeigen Sie, dass  $A$  trigonalisierbar ist.  
(c) Was ist  $\chi_A(X)$ ?

*Hinweis:* Zeigen Sie, dass  $V = A^0(V) \supset A(V) \supset A^2(V) \supset \dots$  eine Kette  $A$ -invarianter Unterräume ist.

**Abgabe:** Diese Woche *keine* Abgabe. Die Aufgaben werden direkt in den Übungsgruppen besprochen.

### Informationen zur Vorlesung

- Vorlesung: S. Burgdorf, F524, Sprechstunde freitags 12.30-13.30 Uhr
- Übungen: M. Serra, F409, Sprechstunde montags 13.30 -14.30 Uhr
- Vorlesung dienstags/freitags 10.00 - 11.30 Uhr in R512
- Plenumsübung dienstags 15.15 - 16.45 Uhr in R512
- Klausurtermine: 29. August 2019 und 26. September 2019
- Mathewekstatt und Einführung in das mathematische Arbeiten werden weiterhin angeboten.
- Übungen: Aus-/Abgabe freitags, online unter <http://math.uni-konstanz.de/~serra/2019-SS-LinAlg2>
- Zum Erhalt des Übungsscheins wird erwartet, dass die Übungsaufgaben eigenständig bearbeitet werden. Es sollten mindestens 50% der vergebenen Punkte erreicht werden. Darüber hinaus wird eine regelmäßige aktive Teilnahme an den Übungsgruppen verlangt, insbesondere müssen Lösungen von Übungsaufgaben freiwillig vorgetragen werden. Statt der Detailaufgaben werden Präsenzaufgaben gestellt, welche direkt in den jeweiligen Übungsgruppen bearbeitet und besprochen werden. Hier sollten auch mindestens 50% der Punkte erreicht werden.