Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Olaf Weinmann

30. April 2007

Analysis II
3. Übungsblatt

Aufgabe 3.1 Es seien X und Y normierte Räume. Für $A \in L_b(X,Y)$ sei

$$\|A\| := \sup_{\|x\|=1} \|Ax\|.$$

Zeigen Sie, dass $(L_b(X,Y), \|\cdot\|)$ ein normierter Raum ist.

Aufgabe 3.2 Es sei $\ell_\infty := \{x = (x_i)_{i\in\mathbb{N}} \subset \mathbb{C} : \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n| < \infty\}$. Für $x \in \ell_\infty$ definieren wir $\|x\|_\infty := \sup_{n\in\mathbb{N}} |x_n|$. Zeigen Sie, dass $(\ell_\infty, \|\cdot\|_\infty)$ ein vollständiger normierter $\mathbb{C}$-Vektorraum ist.

Aufgabe 3.3 Beweisen Sie, dass

$$\|x\|_\infty = \lim_{p\to\infty} \|x\|_p$$

für alle $x \in \mathbb{R}^n$ gilt.

Aufgabe 3.4 Es seien $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$ und $X := \mathcal{C}^1([a,b])$. Untersuchen Sie den normierten Raum $(X, \|\cdot\|_\infty)$ auf Vollständigkeit.

Abgabetermin: Montag 7. Mai 2007, vor der Vorlesung in die Briefkästen bei F411.