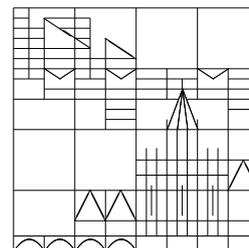


21. Mai 2007



Analysis II 6. Übungsblatt

Aufgabe 6.1 Es sei Ω die Menge der bijektiven, linearen Abbildungen des \mathbb{R}^n in sich. Zeigen Sie:

- (i) Ist $A \in \Omega$, $\alpha := \|A^{-1}\|^{-1}$, so liegen alle $B \in L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ mit $\|B - A\| < \alpha$ in Ω .
- (ii) $\Omega \subset L(\mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n)$ ist offen bezüglich der Operatornorm.
- (iii) $F: \Omega \longrightarrow \Omega, A \longmapsto A^{-1}$ ist stetig.

Aufgabe 6.2 Untersuchen Sie, ob durch die Gleichungen

$$(a) \quad x - \sin y + u(u+1) = 0; \quad -x^3 + 2e^y + u(u-2) = 2,$$
$$(b) \quad x - \sin y + u(u+1) = 0; \quad -x^3 + 2e^u + u(u-2) = 2$$

in einer Umgebung von $u = 0$ zwei Funktionen $u \longmapsto x(u)$, $u \longmapsto y(u)$ mit $x(0) = y(0) = 0$ definiert werden.

Aufgabe 6.3 Gegeben sei die Abbildung $f: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, welche für $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ durch

$$f(x, y) = (\cos(x) \cosh(y), \sin(x) \sinh(y))$$

definiert ist. Untersuchen Sie f auf (lokale) Umkehrbarkeit.

Aufgabe 6.4 Es sei die für eine Erbschaft E zu entrichtende Steuer gegeben durch $S(E)$, wobei $S(E) > 0$ für $E > 0$, $S(0) = 0$ und $S'(E)$ streng monoton wächst auf $(0, \infty)$. Verteilen Sie ein Vermögen A so unter n Erben, dass die Gesamterbschaftssteuer minimiert wird.