Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Olaf Weinmann

4. Februar 2008

Analysis III
14. Übungsblatt

Aufgabe 14.1 Es seien $(X, \mathcal{A})$ und $(Y, \mathcal{B})$ Messräume. Ferner sei $\mathcal{B}$ von $\mathcal{E} \subset \mathcal{P}(X)$ erzeugt und $f \colon X \longrightarrow Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

$$f^{-1}(\sigma(\mathcal{E})) = \sigma(f^{-1}(\mathcal{E})).$$

Aufgabe 14.2 Es sei $M \subset \mathbb{R}^n$ Lebesgue-messbar und beschränkt. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(i) Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert eine offene Menge $U \subset M$ mit $\lambda(M \setminus U) < \varepsilon$.

(ii) Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert eine kompakte Menge $K \supset M$ mit $\lambda(K \setminus M) < \varepsilon$.

Aufgabe 14.3 Es sei $f \colon [0,1] \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ für $(x,y) \in [0,1] \times \mathbb{R}$ durch $f(x,y) := e^{x^2y^2}$ definiert. Zeigen Sie, dass die Abbildung $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ mit

$$g(y) := \int_{[0,1]} f(x,y) \mathrm{d}\lambda(x), \quad (y \in \mathbb{R})$$

stetig differenzierbar ist.

Abgabetermin: Montag 11. Februar 2008, vor 13:00 Uhr in die Briefkästen bei F411.