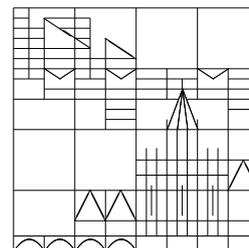


Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
PROF. DR. REINHARD RACKE
DIPL.-MATH. OLAF WEINMANN

4. Februar 2008



Analysis III 14. Übungsblatt

Aufgabe 14.1 Es seien (X, \mathcal{A}) und (Y, \mathcal{B}) Messräume. Ferner sei \mathcal{B} von $\mathcal{E} \subset \mathcal{P}(X)$ erzeugt und $f: X \rightarrow Y$ eine Abbildung. Zeigen Sie:

$$f^{-1}(\sigma(\mathcal{E})) = \sigma(f^{-1}(\mathcal{E})).$$

Aufgabe 14.2 Es sei $M \subset \mathbb{R}^n$ Lebesgue-messbar und beschränkt. Zeigen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

- (i) Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert eine offene Menge $U \subset M$ mit $\lambda(M \setminus U) < \varepsilon$.
- (ii) Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert eine kompakte Menge $K \supset M$ mit $\lambda(K \setminus M) < \varepsilon$.

Aufgabe 14.3 Es sei $f: [0, 1] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ für $(x, y) \in [0, 1] \times \mathbb{R}$ durch $f(x, y) := e^{x^2 y^2}$ definiert. Zeigen Sie, dass die Abbildung $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$g(y) := \int_{[0,1]} f(x, y) d\lambda(x), \quad (y \in \mathbb{R})$$

stetig differenzierbar ist.