Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Olaf Weinmann

19. November 2007

Analysis III
5. Übungsblatt

Aufgabe 5.1 Man zeige, dass für den zum eindeutig lösbaren autonomen System

$$x' = f(x)$$

gehörigen Fluss Φ gilt

$$\Phi_{t+s} = \Phi_t \circ \Phi_s.$$

Ferner zeige man, dass man durch eine einfache Erweiterung des Phasenraums aus einem nicht-autonomen ein autonomes System machen kann.

Aufgabe 5.2 Die Matrix A sei durch

$$A := \begin{pmatrix} 5 & -6 & -6 \\ -1 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & -4 \end{pmatrix}$$

definiert. Ferner sei die Funktion $b\colon [0,h] \longrightarrow \mathbb{R}^3$ für $t \in [0,h]$ durch

$$b(t) := \begin{pmatrix} e^t \\ e^{2t} \\ e^{3t} \end{pmatrix}$$

definiert. Bestimmen Sie alle Lösungen des inhomogenen Systems:

$$x'(t) = Ax(t) + b(t).$$

Aufgabe 5.3 Zeigen Sie, dass eine periodische Lösung $u_0(t)$ der Differentialgleichung

$$u'''(t) + 3u''(t) + 4u'(t) + 2u(t) = 20\cos(t)$$

mit der Eigenschaft existiert, dass für jede Lösung u dieser Differentialgleichung

$$|u(t) - u_0(t)| \to 0 \quad \text{für} \quad t \to \infty$$

gilt.

Hinweis: Verwenden Sie zur Bestimmung einer partikulären Lösung den Ansatz $u_p(t) := a\cos(t) + b\sin(t)$.

Abgabetermin: Montag 26. November 2007, vor 13:00 Uhr in die Briefkästen bei F411.