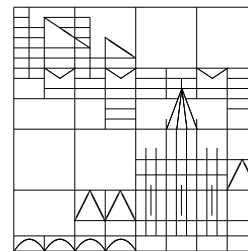


3. Dezember 2007



## Analysis III 7. Übungsblatt

**Aufgabe 7.1** Lösen Sie die inhomogene Randwertaufgabe

$$u''(x) + u(x) = e^x, \quad x \in [0, 1]$$

$$u(0) = u(1) = 0$$

- (a) mit Hilfe eines Fundamentalsystems der homogenen und einer speziellen Lösung der inhomogenen Differentialgleichung;
- (b) direkt mit Hilfe der Greenschen Funktion.

**Aufgabe 7.2** Berechnen Sie die Eigenwerte sowie die zugehörigen Eigenfunktionen der folgenden Randwertaufgaben:

(i)  $u'' + \lambda u = 0, u(0) = u'(0), u(1) = 0,$

(ii)  $u'' + \lambda u = 0, u(0) = u(1), u'(0) = -u'(1).$

**Aufgabe 7.3** Zeigen Sie, dass es zu dem Eigenwertproblem

$$u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) + \lambda u(x, y) = 0, \quad (x, y) \in (0, 1) \times (0, 1),$$

$$u(0, y) = u(1, y) = 0, \quad y \in [0, 1], \quad u(x, 0) = u(x, 1) = 0, \quad x \in [0, 1]$$

mindestens einen Eigenwert gibt, zu dem ein Eigenraum von einer Dimension  $\geq 4$  gehört.