Universität Konstanz
Fachbereich Mathematik und Statistik
Prof. Dr. Reinhard Racke
Dipl.-Math. Olaf Weinmann

6. November 2008

Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen
3. Übungsblatt

Aufgabe 3.1 Es seien $\Omega := \mathbb{R}^+ \times (0, \pi)$ und $u_0 \in \mathcal{C}^2([0, \pi])$. Finden Sie eine Lösung der Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned} u_t(t,x) - u_{xx}(t,x) &= 0 \text{ für } (t,x) \in \Omega, \\ u(0,x) &= u_0(x) \text{ für } x \in [0,\pi], \\ u(t,0) = u(t,\pi) &= 0 \text{ für } t \in \mathbb{R}_0^+. \end{aligned}$$

Hinweis: Produktansatz und Fourierreihen.

Aufgabe 3.2 Welche der folgenden Abbildungen sind linear? Stetig? Distributionen?

(i) $T\varphi := -\varphi'(0)$,

(ii) $T\varphi := \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \varphi^{(i)}(0)$,

(iii $T\varphi := \int_0^1 \varphi(t) \mathrm{d}t - \sum_{i=0}^{k} a_i \varphi(t_i)$, $k \in \mathbb{N}$, $a_i, t_i \in \mathbb{R}$,

(iv) $T\varphi := \sup_{t \in \mathbb{R}} |\varphi(t)|$.

Aufgabe 3.3 Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ offen. Für $f \in L^1_{loc}(\Omega)$ sei $[f] \in \mathcal{D}'(\Omega)$ die von der Funktion f erzeugte reguläre Distribution. Beweisen Sie jeweils im Detail:

(i) $\partial^\alpha \partial^\beta T = \partial^\beta \partial^\alpha T$ für alle $T \in \mathcal{D}'(\Omega)$, $\alpha, \beta \in \mathbb{N}_0^n$.

(ii) Für $f \in \mathcal{C}^m(\Omega)$ und $|\alpha| \le m$ gilt $\partial^\alpha [f] = [\partial^\alpha f]$.

Abgabetermin: Donnerstag 13. November 2008, vor 10:00 Uhr in die Briefkästen bei F411.