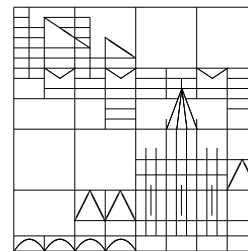


6. November 2008



### Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen 3. Übungsblatt

**Aufgabe 3.1** Es seien  $\Omega := \mathbb{R}^+ \times (0, \pi)$  und  $u_0 \in \mathcal{C}^2([0, \pi])$ . Finden Sie eine Lösung der Anfangsrandwertaufgabe

$$\begin{aligned}u_t(t, x) - u_{xx}(t, x) &= 0 \text{ für } (t, x) \in \Omega, \\u(0, x) &= u_0(x) \text{ für } x \in [0, \pi], \\u(t, 0) = u(t, \pi) &= 0 \text{ für } t \in \mathbb{R}_0^+.\end{aligned}$$

HINWEIS: Produktansatz und Fourierreihen.

**Aufgabe 3.2** Welche der folgenden Abbildungen sind linear? Stetig? Distributionen?

- (i)  $T\varphi := -\varphi'(0)$ ,
- (ii)  $T\varphi := \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i} \varphi^{(i)}(0)$ ,
- (iii)  $T\varphi := \int_0^1 \varphi(t) dt - \sum_{i=0}^k a_i \varphi(t_i)$ ,  $k \in \mathbb{N}$ ,  $a_i, t_i \in \mathbb{R}$ ,
- (iv)  $T\varphi := \sup_{t \in \mathbb{R}} |\varphi(t)|$ .

**Aufgabe 3.3** Sei  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  offen. Für  $f \in L^1_{loc}(\Omega)$  sei  $[f] \in \mathcal{D}'(\Omega)$  die von der Funktion  $f$  erzeugte reguläre Distribution. Beweisen Sie jeweils im Detail:

- (i)  $\partial^\alpha \partial^\beta T = \partial^\beta \partial^\alpha T$  für alle  $T \in \mathcal{D}'(\Omega)$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{N}_0^n$ .
- (ii) Für  $f \in \mathcal{C}^m(\Omega)$  und  $|\alpha| \leq m$  gilt  $\partial^\alpha [f] = [\partial^\alpha f]$ .