Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

SS 2020

Dr. S. Frei

Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 3

Aufgabe 5

a) Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1+i \\ -i & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1, & 1, & 0, & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} \quad .$$

Berechnen Sie (sofern möglich) A^TA, AA^T, AB^+, B^+A, B^*B, CD und DC.

b) Welche der folgenden Matrizen sind normal, hermitesch bzw. unitär?

$$A_1 = \begin{pmatrix} \frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ -\frac{i}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} \\ -\frac{i}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

c) Ergänzen Sie die Stellen * so, dass die Matrix $B = \begin{pmatrix} * & * \\ \frac{i}{2} & * \end{pmatrix}$ hermitesch und unitär ist. Geben Sie alle Möglichkeiten an.

Aufgabe 6

a) Es seien $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie die Matrix $C = 3B + 2B^2 + B^3$ und alle Matrizen A^n für $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$.

b) Für welche $\lambda \in \mathbb{R}$ hat die Matrix $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & \lambda \\ 1 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 4 & -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ den Rang 3?

c) Bestimmen Sie den Rang der 4 x 4 - Matrix

$$A = \begin{pmatrix} i & 2 & 1 & 2-i \\ 2 & -4i & -2i & -2-4i \\ i & 2 & 3 & 3-i \\ 0 & 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(i ist die imaginäre Einheit)

Abgabe (für die Bonuspunkteregelung): Mo, 11.05.2020, 12:00 in Ihrer Übungsgruppe auf ILIAS.

Links zur Vorlesung

- `https://ilias.uni-konstanz.de/ilias/goto_ilias_uni_crs_986141.html`
- `https://www.math.uni-konstanz.de/~frei/mathchem2.htm`