



Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 7

Aufgabe 14

a) Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie von A die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume.

b) Es seien $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & -3 & 1 & 3 \\ -3 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{y} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Zeigen Sie, dass $\vec{y}$ ein Eigenvektor von A ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert λ und den Eigenraum $\text{eig}(A, \lambda)$. Geben Sie eine Basis von $\text{eig}(A, \lambda)$ an.

Aufgabe 15

Es seien $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

- a) Zeigen Sie, dass $\vec{c}$ ein Eigenvektor von A ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert λ_1 . Geben Sie eine Basis von $\text{eig}(A, \lambda_1)$ an.
- b) Zeigen Sie, dass $\lambda_2 = 0$ ein weiterer Eigenwert von A ist und bestimmen Sie den zugehörigen Eigenraum.
- c) Die reelle 4×4 - Matrix B habe die Eigenwerte $\mu_1 = -2$, $\mu_2 = \frac{1}{10}$, $\mu_3 = 3$ und $\mu_4 = 5$. Beantworten Sie folgende Fragen:
- (1) Ist B invertierbar (mit Begründung)? Falls ja, welche Eigenwerte hat B^{-1} ?
 - (2) Welchen Rang hat B ?
 - (3) Geben Sie die algebraische und die geometrische Vielfachheit von μ_1 an.

Abgabe (für die Bonuspunktregelung): Mo, 22.06.2020, 12:00 in Ihrer Übungsgruppe auf ILIAS.