



Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 8

Aufgabe 16

Es seien

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 6 & 6 & 6 \\ -3 & 2 & 3 & 3 \\ -3 & 3 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Zeigen Sie, dass $\vec{x}$ ein Eigenvektor von A ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert λ_1 . Geben Sie eine Basis von $\text{eig}(A, \lambda_1)$ an.
- Ist $\lambda_2 = 2$ ein weiterer Eigenwert? Falls ja, so berechnen Sie $\text{eig}(A, \lambda_2)$.
- Geben Sie die geometrischen und algebraischen Vielfachheiten aller Eigenwerte an und berechnen Sie die Determinante von A .
- Bestimmen Sie eine Diagonalmatrix D und eine invertierbare Matrix T mit $T^{-1}AT = D$.

Aufgabe 17

Es sei $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie

- alle Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume von A ,
- die Spektraldarstellung von A ,
- eine Matrix Q mit $Q^2 = A$,
- für $t \in \mathbb{R}$ die Matrix e^{At} .

Abgabe (für die Bonuspunkteregelung): Mo, 29.06.2020, 12:00 in Ihrer Übungsgruppe auf ILIAS.