



Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 10

Aufgabe 20

Gegeben seien die beiden Mengen

$$B = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1; |x| - 1 \leq y \leq \sqrt{1 - x^2} \right\},$$
$$K = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = r \cos(\phi), y = r \sin(\phi), 1 \leq r \leq 2; 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{3} \right\}.$$

Skizzieren Sie B und K und bestimmen Sie den Wert der Integrale

$$\int_B y \, dF \quad \text{und} \quad \int_K y \, dF.$$

Aufgabe 21

Gegeben sei der Bereich

$$B = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\pi \leq x \leq \pi, |x| - \pi \leq y \leq \cos(x) + 1 \right\}$$

- Skizzieren Sie B .
- Berechnen Sie den Flächeninhalt I von B .
- Ermitteln Sie die Koordinaten (x_s, y_s) des geometrischen Schwerpunktes von B .
(Hinweis: $x_s = \frac{1}{I} \int_B x \, dF$, $y_s = \frac{1}{I} \int_B y \, dF$)

Aufgabe 22 (Zusatzaufgabe ohne Abgabe)

Gegeben seien das Vektorfeld $F(x, y) = (f_1(x, y), f_2(x, y)) = (2xy, x^2 + 4y)$ und die Kurven C und D mit den Parametrisierungen

$$r_C : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad r_C(t) = (2 \cos(t) - 1, 2 \sin(t) + 1),$$
$$r_D : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad r_D(t) = (2 \cos(t) - 1, 2 \sin(t) + 1).$$

- Bestimmen Sie Anfangs- und Endpunkte von C und D und skizzieren Sie die Kurven.
- Ist das Vektorfeld F konservativ (mit Begründung)? Falls ja, so bestimmen Sie ein Potential.
- Berechnen Sie $\int_C f_1(x, y) \, dx + f_2(x, y) \, dy$ und $\int_D f_1(x, y) \, dx + f_2(x, y) \, dy$.

Abgabe von Aufgabe 20 oder 21 (für die Bonuspunktregelung): Mo, 13.07.2020, 12:00 in Ihrer Übungsgruppe auf ILIAS.