



Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Skalaren Differentialgleichungen**

(1) Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$\sqrt{t^2 + 3} \dot{x} = \exp(-x) 2t, \quad x(1) = 0.$$

(2) Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$x \dot{x} = \frac{1}{t+5}, \quad x(-4) = -3.$$

(3) Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$t^2 \dot{x} + \exp(-3x + 1) = 0, \quad x(1) = \frac{1}{3}.$$

(4) Berechnen Sie die Lösung von

$$(t^2 + 1) \dot{x} + tx - t^2 \sqrt{t^2 + 1} = 0, \quad x(1) = 1.$$

(5) Berechnen Sie die Lösung von

$$\dot{x} - \frac{\ln(t^2)}{2t} + \frac{x}{t} = 0, \quad x(1) = 1$$

(6) Gegeben sei die Differentialgleichung $\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0$. Bestimmen Sie $b, c \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktionen $x_1(t) = 3e^{3t}$ und $x_2(t) = te^{3t}$ Lösungen von dieser Differentialgleichung sind.

(7) Gegeben ist die Differentialgleichung

$$\ddot{x} + (1+a)\dot{x} + 9x = 0, \quad a \in \mathbb{R} \tag{1}$$

und die Funktion

$$x(t) = \cos(\omega t), \quad \omega \in \mathbb{R}.$$

Wie sind a und ω zu wählen, damit $x(t)$ eine Lösung von (1) ist?

(8) Berechnen Sie die Lösung von

$$\ddot{x} = -9x, \quad x\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{\sqrt{2}}, \quad \dot{x}\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{3}{\sqrt{2}}.$$

(9) Bestimmen Sie alle Lösungen von

$$\dot{x} = 2 \cos(t) \sin(t).$$