



## Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

### 5. Übungsblatt

#### Aufgabe 5.1

Gegeben sei die quadratische Form

$$Q(x) = x_2^2 + x_3^2 + 4ax_1x_2 + 8x_1x_3 + 2x_2x_3$$

mit einem Parameter  $a \in \mathbb{R}$ .

- Bestimmen Sie die symmetrische Matrix  $A$ , welche  $Q(x) = x^T Ax$  erfüllt. Für welche  $a \in \mathbb{R}$  ist diese Matrix invertierbar?
- Untersuchen Sie die Definitheit von  $Q$  in Abhängigkeit von  $a$ .
- Analysieren Sie die Definitheit von  $Q$  unter der Nebenbedingung

$$-x_1 + x_2 = 0$$

in Abhängigkeit von  $a$ .

#### Aufgabe 5.2

Berechnen Sie alle Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}.$$

Normieren Sie die Eigenvektoren in der letzten Komponente auf 1.

#### Aufgabe 5.3

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = -6x^2 - y^3 + 12xy.$$

- Untersuchen Sie  $f$  auf lokale Extrema.
- Hat die Funktion  $g(x, y) = 6x^2 + y^3 - 12xy$  lokale Extrema?