



## Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

### 6. Übungsblatt

#### Aufgabe 6.1

a) Untersuchen Sie folgende Funktionen auf Konkavität bzw. Konvexität:

1.  $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^3$ ,
2.  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$   $g(x, y) = x^4 + y^2 + x$ .

b) Zeigen Sie, dass die Funktion  $h : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $h(x) = -x^T C x + b^T x + d$  strikt konkav ist, wobei  $C \in \mathbb{R}^{N,N}$  symmetrisch und positiv definit,  $b \in \mathbb{R}^N$  und  $d \in \mathbb{R}$ .

c) Untersuchen Sie die Funktionen  $f, g$  und  $h$  auf Extrema.

#### Aufgabe 6.2

Berechnen Sie die Funktionalmatrix der Abbildung

$$f : \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi[ \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(r, \varphi) = \begin{pmatrix} r \cos(\varphi) \\ r \sin(\varphi) \end{pmatrix}$$

und überprüfen Sie diese auf Invertierbarkeit.

#### Aufgabe 6.3

Gegeben sei die Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad g(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 - y^2 \\ xy \end{pmatrix}.$$

a) Berechnen Sie die Verkettung  $h(r, \varphi) = (g \circ f)(r, \varphi)$  mit  $f$  aus Aufgabe 6.2.

b) Berechnen Sie die Funktionalmatrix  $D(g \circ f)(r, \varphi)$  sowohl direkt mittels der Darstellung aus Teil a) als auch mithilfe der Kettenregel.