Universität Konstanz
Fachbereich Wirtschaftswissenschaften
Johannes Schropp
Jan Rohleff

Sommersemester 2024

Mathewerkstatt zu Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II

9. Übungsblatt

Aufgabe 9.1

Überprüfen Sie mithilfe der Methode von Lagrange, ob die Funktion

$$f(x,y) = x - y$$

unter der Nebenbedingung

$$g(x,y) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 1 = 0$$

lokale Extrema hat. Gehen Sie dabei folgendermaSSen vor:

(i) Stellen Sie die Lagrange-Funktion L auf.

(ii) Leiten Sie aus den notwendigen Bedingungen erster Ordnung die möglichen lokalen Extrema (x^*, y^*) mit dem zugehörigen Lagrange-Multiplikator λ^* her.

(iii) Überprüfen Sie mit der hinreichenden Bedingung zweiter Ordnung, ob die gefundenen Lösungen aus Teil (ii) Minima oder Maxima des Problems darstellen.

Hinweis: Untersuchen Sie die Funktion

$$\hat{L}(x,y) = f(x,y) + \lambda^* g(x,y)$$

auf Konvexität bzw. Konkavität.

Aufgabe 9.2

Gegeben sei das Problem

$$f(x,y) = -(x-1)^2 - (y-1)^2 \;=\; \max$$

unter den Nebenbedingungen $x + y \leq 4,\ x \geq 0,\ y \geq 0$.

a) Skizzieren Sie die Menge Z der zulässigen Punkte und zeichnen Sie zudem die Höhenlinien von f zu den Höhen $h = 0, -1, -4$ mit ein.

b) Bestimmen Sie mögliche relative Extrema mit dem Kuhn-Tucker-Ansatz und vergleichen Sie das Ergebnis mit der Skizze aus Teil a).

Aufgabe 9.3

Gegeben sei die Funktion

$$x(t) = t\exp(t^2).$$

Leiten Sie daraus eine Differentialgleichung der Form $x'(t) = f(t, x(t))$ her.